Вопросы к экзамену по линейной алгебре за 1 семестр.

Модуль 1

Определение матрицы. Виды матриц. Свойства матриц. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц. Эквивалентные преобразования матриц.

Определитель матрицы .Определение. Вычисление. Свойства.

Алгоритм нахождения обратной матрицы. Матричный метод решения СЛАУ.

Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Вывод формул Крамера.

Ранг матрицы. Определение. Вычисление с помощью окаймляющих миноров и с помощью элементарных преобразований.

Применение ранга к исследованию и решению СЛАУ.Теорема Кронекера-Капелли.

Метод Гаусса решения СЛАУ.

Однородные системы. Фундаментальная система решений ФСР.

Неопределенные системы. Общее решение .Запись решения с использованием ФСР.

Линейное пространство ЛП. Операции над элементами линейного пространства. Базис и размерность линейного пространства. Подпространства ЛП. Линейная зависимость и линейная независимость векторов пространства. Разложение векторов линейного пространства по базису.

Понятие линейного оператора ЛО. Пространство ЛО. Свойства. Обратный оператор. Образ,Ядро, Ранг и Дефект ЛО. Матрица ЛО.

Модуль 2

Системы координат:декартова на плоскости и в пространстве, полярная. Преобразования системы координат. Сдвиг, поворот, осевая симметрия. Аналитическое задание множеств.

Векторная алгебра

Векторы. Определение. Линейные операции над векторами. Определение коллинеарности, компланарности, ортогональности ( связь с линейной зависимостью). Разложение вектора по базису. Проекции вектора. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора.

Скалярное произведение векторов. Определение. Свойства. Вычисление по определению и в декартовой системе координат. Вычисление углов между векторами, проекций одного вектора на другой и проекций единичного вектора заданного направления. Вычисление модуля вектора на основании свойства скалярного квадрата вектора. Ортогональность векторов.

Применение скалярного произведения для решения геометрических задач.

Векторное произведение векторов. Определение. Свойства. Вычисление по определению и в декартовой системе координат. Коллинеарность векторов.

Применение векторного произведения для решения геометрических задач.

Смешанное произведение трех векторов. Определение. Свойства. Вычисление по определению и в декартовой системе координат. Компланарность векторов.

Применение смешанного произведения для решения геометрических задач.

Аналитическая геометрия

Способы задания прямой: Точка + направляющий вектор( в том числе через две точки);Точка + нормальный вектор (для прямой на плоскости);Параметрическое задание.

Прямая как касательная к кривой. Нормальный и тангенциальный вектор.

Прямая на плоскости. Виды уравнений прямой на плоскости. Вывод и связь одних уравнений с другими. Применение различных видов уравнений для решения геометрических задач.

Взаимное расположение прямых на плоскости. Условия параллельности, перпендикулярности, угол между прямыми.

Расстояние от точки до прямой на плоскости. Расстояние между параллельными прямыми.

Плоскость. Способы задания плоскости: точка + два неколлинеарных вектора ( в том числе через три точки); Точка + нормальный вектор.

Различные виды уравнений плоскости. Вывод. Связь между различными видами уравнений. Расположение плоскости в декартовой системе координат.

Взаимное расположение плоскостей в пространстве. Условия параллельности, перпендикулярности, угол между плоскостями. Расстояние между параллельными плоскостями.

Вывод уравнений плоскости по заданным условиям ( через две заданные точки перпендикулярно заданной плоскости; через точку параллельно двум заданным векторам; через три заданные точки).

Расстояние от точки до плоскости.

Прямая в пространстве. Канонические и общие уравнения прямой в пространстве. Связь между ними.

Параметрические уравнения прямой в пространстве. Координаты точки пересечения прямой в пространстве и плоскости.

Взаимное расположение прямых в пространстве. Условия параллельности, перпендикулярности прямых. Угол между прямыми в пространстве.

Векторное уравнение прямой в пространстве.

Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Прямая и плоскость в пространс тве. Условия параллельности, перпендикулярности, угол между прямой и плоскостью.

Уравнение перпендикуляра, опущенного из точки М на прямую.

Расстояние от точки до прямой в пространстве.

Проекция точки М на прямую в пространстве.

Кривые второго порядка на плоскости.

Общее (директориальное ) определение кривых, полярное уравнение.

Эллипс. Определение. Вывод уравнения. Свойства Построение.

Гипербола. Определение. Вывод уравнения. Свойства. Построение.

Общее уравнение кривых второго порядка. Теорема о классификации.

Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

Поверхности второго порядка.

Понятие поверхности в пространстве. Сторона поверхности.Понятие нормали и касательной плоскости к поверхности. Кинетический способ задания поверхности (сдвиг вращение и др.).Направляющая и образующая. Поверхности, полученные из кривых второго порядка сдвигом и вращением.

Канонические уравнения .Построение поверхностей методом сечений.

Эллипсоид. Построение, свойства. Эллипсоид вращения. Сфера.

Однополостный и двуполостный гиперболоиды . Построение, свойства. Поверхности вращения.

Параболоид. Построение, свойства. Параболоид вращения.

Гиперболический параболоид. Построение. Свойства.

Конические поверхности. Построение, свойства. Круговой конус.

Цилиндрические поверхности. Построение. Свойства. Прямой круговой цилиндр.

Общее уравнение поверхности второго порядка. Канонические уравнения. Вырожденные случаи. Метод сечений. Проектирование сегментов поверхностей на координатные плоскости.

Пересечения поверхностей (тела и кривые пересечения) Исследование симметрий поверхности по уравнению.